Une nouvelle conception du déterminisme : l'espace-temps comme procès chez Whitehead

Mueller Thomas Michael

23 novembre 2007

Directeur de thèse
Raphaël Célis

Résumé

On analysera les idées du philosophe anglais A.N. Whitehead sur le concept de nature et sur la signification mathématique et physique de sa description. On mettra en évidence l'importance d'une construction de l'espace-temps basée sur des concepts physiques plutôt que mathématiques. On discutera les conséquences de telles modifications pour le contenu métaphysique des sciences exactes. On analysera une modification possible de la méthode proposée par A.N. Whitehead dans une optique quantique. On montrera que des conceptions d'origine mathématique tels que le déterminisme des lois physiques tombent si on analyse proprement la nature de l'espace physique.

Table des matières

Enjeu

Le problème du déterminisme est central en philosophie, et il a influencé la pensée idéaliste autant que réaliste, en tant que thèse inévitable avec laquelle on doit se confronter dans le développement de la réflexion épistémologique, éthique et en général philosophique. Notre but est de démontrer que le déterminisme des lois physiques est une conséquence d'un choix particulier dans l'interprétation de l'espace-temps, interprétation majoritaire dans le panorama scientifique, mais pas unique. Conséquemment une reformulation de l'ontologie de l'espace-temps permet, en sauvegardant le contenu conceptuel et scientifique du problème, d'éviter le déterminisme. Pour cela on développera une série d'idées basées sur une géométrie *quantifiée* qui substitue à l'idée de point euclidien, celle d'intervalle.

Les conséquences de l'acceptation d'une structure telle que la nôtre (ou similaire) est l'abandon immédiat des thèses déterministes, mais aussi l'introduction d'une direction du temps [4], et une construction phénoménologique du problème de l'espace-temps. Certains auteurs [5] ont suggéré une pertinence possible d'un espace sans points dans l'étude de la psychologie de l'enfant.

Travaux similaires

Aucune autre publication sur l'argument du déterminisme dans la philosophie de Whitehead n'existe à ma connaissance ; des corrections en ce sens sont plus que bienvenues.

Sur la géométrie sans points (sans référence au problème du déterminisme) il existe plusieurs travaux, tout particulièrement ceux du prof. Giangiacomo Gerla[5]. Sur le problème du déterminisme il existe une bibliographie de dimensions remarquables ; on conseille à ce propos l'oeuvre de John Earman "A primer on determinism"[6] complète et succincte. Le chapitre "Le déterminisme de Laplace et de Popper, le déterminisme de Earman", contient notamment dans sa première partie, une exposition condensée des idées du premier chapitre dudit ouvrage.

Sur la pensée de A.N. Whitehead et sa pertinence dans le panorama scientifique et métaphysique, on renvoie le lecteur au site américain sur la philosophie du procès,
http ://www.ctr4process.org/
qui compte des nombreuses oeuvres sur la pensée de Whitehead, sa logique, mathématique, physique et philosophie. Pour ce qui concerne les idées exposées dans cet article, j'exprime ma reconnaissance envers Isabelle Stengers, référence certaine pour la francophonie sur l'oeuvre de Whitehead, et Mario Bramè, qui en Italie a su réveiller l'intérêt à propos du travail du grand philosophe anglais. Plusieurs articles des deux philosophes sont disponibles sur

le web et signalés en bibliographie. Enfin, pour ce qui concerne les aspects scientifiques exposées dans cet article, je me suis fortement appuyé sur le texte de John Baez [7] " Length Scales in Physics " disponible gratuitement dans le web.

1 La bifurcation de la nature et la nécessitée de refonder l'espace-temps

En 1920 le philosophe britannique A.N. Whitehead publia "The concept of Nature" [8]. La question analysée dans ce livre est formulée par Whitehead dans les premières pages : il s'agit de comprendre quelle est la structure de la nature. Whitehead nous propose un concept de nature qui est à la fois phénoméniste et réaliste :

> *Nature is that we observe in perception through the senses. In this sense-perception we are aware of something which is not thought and which is self-contained for thought.*(CN, pg. 3)

C'est une double déclaration d'appartenance à l'idéal scientifique de connaissance de la nature par l'expérience et de confiance dans l'existence d'un équivalent réel, ontologique, du phénomène. Ce n'est pas une idée totalement neuve dans le panorama philosophique. Dans "Essays in radical empiricism" (1912 posthume) de l'américain William James [9], on retrouve le concept exprimé dans cette forme :

> *An empiricism must neither admit into its constructions any element that is not directly experienced, nor exclude from them any element that is directly experienced* (ERE, pg.42)

Whitehead semble se contenter de la première partie de cette affirmation : n'importe quel objet qui fasse partie de l'expérience est réel et doit faire partie de la nature. La difficulté réside toute dans la description de la nature "perçue par des sensations". Pour Whitehead les sensations ne peuvent être autre chose que la nature " vraie " et " objective ", autonome par rapport au sujet percevant. Tout de même le sujet percevant a un rôle dominant dans la perception de certains phénomènes. Whitehead explique le problème de cette façon : la nature est faite de substances, d'objets réels, qui possèdent des propriétés, les attributs, lesquels peuvent être perçus. Les attributs peuvent être de deux types distincts : ils peuvent être clairs et explicites, mesurables ; ce sont les qualités premières qui pour leur discussion ne font point référence au sujet qui les perçoit. Ou bien ils peuvent avoir une nature mixte, comme par exemple les couleurs, les sons, les sensations tactiles ; ce sont alors les qualités secondes. Les qualités secondes nous obligent à faire entrer de force le sujet percevant dans la description de la perception.

Par exemple la description d'un "brin d'herbe", aura comme propriétés premières une forme, un volume, une position spatiale. Elle aura comme qualités deuxièmes une couleur verte. La couleur verte est difficile à décrire comme propriété du brin d'herbe, et on aura tendance à la transformer dans une propriété du sujet percevant. Cette difficulté et sa conséquence sont la raison pour la quelle nous avons tendance à partager la nature en deux composantes : les objets qui sont la cause de notre perception et la perception elle même, qui est l'effet que les objets ont sur notre esprit, sur le sujet. C'EST LA BIFURCATION DE LA NATURE.

Whitehead suggère à ce point une sortie du problème : en agissant avec une méthode analytique il se tient rigoureusement à sa définition de nature comme ce qui "est observé par nos sens", sans exceptions possibles et refuse donc de considérer que quelque chose puisse être perception sans être nature, une addition du sujet percevant aux propriétés des objets perçus. Il propose donc de refonder l'espace-temps sur une base phénoméniste, en partant justement de ce qui est perçu, et en avançant par degrés vers l'abstraction spatiale et temporelle. La critique que le mathématicien et philosophe adresse à la structure classique de l'espace-temps, est substantiellement d'affirmer qu'il s'agit d'une abstraction sophistiquée et complexe, utilisée uniquement parce que elle est utile aux intérêts scientifiques. Cette abstraction est une construction mathématique qui prétend décrire les objets qui seraient la cause de la perception. C'est un exemple de bifurcation de la nature puisque elle se sépare de la description physique des objets, description qui par contre représente leurs propriétés telles qu'on les perçoit. Le noyau fondamental de l'attaque est la notion de point euclidien. Selon la définition d'Euclide un point euclidien *est sans partie et sans grandeur*. Whitehead souligne que dans notre perception il n'existe rien de similaire à un *point euclidien*. Ce que l'on perçoit c'est plutôt la succession des événements et leur perdurer dans l'espace et dans le temps.

> *[...] the passage of events and the extension of events over each other, are in my opinion the qualities for which time and space originate as abstractions* (CN, pg.34)

Si l'on veut fonder l'espace et le temps comme faisant partie de la nature, on doit donc trouver une méthode nous permettant de les décrire en termes d'événements, extensions, lieux et durées. Whitehead construit une méthode basée sur une structure mathématique, appelée méthode de l'abstraction extensive. Le présupposé de base c'est que l'élément fondamental de l'espace-temps ne soit pas un point euclidien mais un événement, une extension qui englobe une tranche d'espace et une tranche de temps. Si la tranche en question n'intéresse que le temps (donc tout l'espace à travers une partie du temps) on parlera de durée. Whitehead est conscient de l'utilité essentielle du point euclidien : en partant des éléments fondamentaux de l'espace, les événements, il propose donc de construire par approximation quelque chose de très similaire à un point euclidien. Le but du projet c'est clairement de réunifier la nature bifurquée afin de faire coïncider la description mathématique avec la perception. Par la suite nous allons introduire certains concepts proposées par Whitehead, puis élargir leur domaine d'application par l'analyse de nouveautés introduites dans le champ de la physique moderne qui datent d'après 1920, l'époque où Whitehead écrivait " The concept of nature ". Nous allons tout particulièrement insister sur l'importance de faire référence uniquement à des descriptions de la nature physique qui ne font pas appel au sujet percevant. On n'acceptera dans notre description que des concepts mesurables ; par le mot mesurable on sous-entend, *physiquement mesurables*, donc des propriétés physiques auxquelles il est possible d'assigner un nombre. On tient à préciser que l'assignation d'une mesure ne requiert pas une structure d'espace euclidien ; une mesure physique est quelque chose d'empirique et pourvue de signification de façon totalement indépendante de la description mathématique d'un éventuel espace sous-jacent. En aucun cas le mot mesurable ne doit être lu avec une signification autre (mathématique ou philosophique) que celui qu'on vient de définir.

2 La méthode de l'abstraction extensive : une géométrie sans points

Dans l'oeuvre de Whitehead "Le concept de nature" l'auteur analyse en détail une méthode de son invention, la méthode de l'abstraction extensive, qui permet de construire un intervalle aussi petit que l'on veut, capable de faire fonction de point euclidien. Ce chapitre énonce les définitions fournies par Whitehead; pour chaque définition, on s'est efforcé de construire une formulation axiomatique et rigoureuse.

Il faut remarquer que le but de la formulation de Whitehead est de considérer la notion de "lieu" ou plus précisément d'**intervalle**[1] comme primitive, et de construire à partir de celle-ci une approximation du point euclidien, alors que d'habitude nous construisons la notion de région ou d'intervalle à partir d'un point euclidien. Ce que nous intéresse de souligner est que les deux approches permettent de construire des structures équivalentes pour la **description géométrique** de l'espace; cette équivalence ne s'étend pourtant pas à la description des phénomènes physiques qui ont lieu dans l'espace en question. Ceci car si l'on accepte la notion d'intevalle comme élément primaire, nos problèmes physiques ne peuvent plus s'exprimer en termes de

[1]Il y a ici une difficulté dans la terminologie employée : la notion d'intervalle est celle que l'on utilise dans notre imagination d'un étendu d'espace ou de temps, lorsqu'on le transforme dans un objet mathématique. Dans la bibliographie la notion d'intervalle a été utilisée par Pecoraro et Gerla avec le nom de " région " un choix qui est certainement plus approprié pour en souligner le caractère abstrait, mais qui sonnerait bizarrement lorsque plus tard on introduira des " régions de temps ". Pecoraro et Gerla ne se sont intéressés qu'au problème de l'espace.

On lui préfère " intervalle de temps " et c'est ce mot que l'on gardera, bien que la signification soit exactement la même que celle de région.

positions et vitesses ponctuelles, (c'est-à-dire situées dans un point euclidien) mais doivent être fournies comme des positions et vitesses incluses dans un intervalle. La position, le temps, la vitesse, l'accélération, seront donc des intervalles dans l'espace plutôt que des points, comme on a l'habitude de le croire.

Enfin, d'un point de vue technique, il existe certains problèmes liés aux opérations entre intervalles dans l'espace de Whitehead ; il a été tout particulièrement souligné par Pecoraro et Gerla [5] que la relation d'extension utilisée par Whitehead dans " The concept of nature " est problématique. Whitehead lui substitue la relation de connexion qui présente par contre des caractéristiquement plus intéressantes. Nous ne nous intéressons pas à cet aspect technique, puisque il sort du contexte de notre article. Il nous suffira de savoir qu'une axiomatique formelle existe et qu'elle est efficace pour l'espace sans points de Whitehead. Afin de différentier les concepts tout en gardant une approche intuitif au problème nous allons introduire une fonction qui associe à toute longueur une région et nous proposons la nomenclature suivante :

Soit $\varphi : d \xmapsto{\varphi} I$ une fonction qui envoie toute mesure de temps ou d'espace sur un intervalle.

- Une **durée** est un intervalle de temps à laquelle on peut associer une valeur numérique qui s'exprime en secondes
- Un **lieu** est un intervalle d'espace auquel on peut associer une valeur numérique qui s'exprime en mètres
- Un **événement** est un intervalle d'espace-temps, c'est donc un lieu à travers une durée.

Nous passons maintenant à la définition des familles des durées et de moment, selon ce qu'on peut déduire du texte de Whitehead

Définition 1 (heuristique de famille de durées) *Une famille des durées est un ensemble de durées $d_1, ..., d_n, ...$ telles que entre elles, elle peuvent être incluse l'une dans l'autre, ou alors totalement disjointes, ou encore avoir en commun une durée plus petite. Il est exclu le cas de deux durées se superposant sans que leur intersection soit à son tour une durée.*

En général on étend cette notion de famille aux lieux et aux événements.

Définition 2 (d'un moment, CN, pg. 60) [2] *Consider a set of duration all taken from the same family , $d_1, ..., d_n, ...$*

1. *Of any two members of the set, one contains the other as a part*
2. *There is no duration which is a common part of every member of the set.*

[2]Citation de "The Concept of Nature"[8], page 60

Les définitions proposées par Whitehead peuvent être exposées dans la forme suivante, selon une formulation que nous proposons :

Définition 3 (d'abstraction extensive de durées) *Soit* $D = d_1, ..., d_n, ...$ *un ensemble de durées.*

1. $\forall d_i, d_j, i \neq j \Longrightarrow d_i \subset d_j$ *ou bien* $d_j \subset d_i$
2. *il n'y a pas d'intervalle inclu dans toute intervalle de D (éventuellement non appartenante à D)*

Alors D s'appelle classe abstractive de durées

Les mêmes règles logiques peuvent être étendues à un ensemble d'ouverts de type spatial. Whitehead généralise enfin le problème à la notion d'événement. Il suffit de substituer "événement" avec "durée" dans les définitions en haut.

Formellement

Définition 4 (d'abstraction extensive d'événements) *Soit* $E = e_1, ..., e_n, ...$ *un ensemble d'événements.*

1. $\forall e_i, e_j, i \neq j \Longrightarrow e_i \subset e_j$ *ou bien* $e_j \subset e_i$
2. *il n'y a pas d'intervalle inclu dans toute intervalle de E (éventuellement non appartenante à E)*

Alors E s'appelle classe abstractive d'événements

Le système ainsi créé est un ensemble composée d'un nombre infini d'éléments, de type spatial, temporel, ou spatiotemporel.

On en déduit qu'un " point euclidien " dans le sens d'un objet " sans partie et sans grandeur " ne peut pas faire partie d'une famille d'événements d'abstraction extensive, et n'est à son tour un événement.

On est donc en face d'une formulation du concept d'espace-temps construit uniquement par des événements. En partant de ceux-ci, l'on procède par approximations vers des extensions incluses l'une dans l'autre et l'on obtient des concepts analogues a ceux de point, droite, plan, espace. Dans le dessin suivant on donne des exemples de classes d'abstraction extensive.

Formellement la notion plus importante devient celle de W-point, ou Whitehead-point, le cas ou un ensemble d'événements en abstraction extensive permet d'approcher la notion de point telle qu'on l'imagine d'habitude. On dispose d'un théorème qui nous assure de l'équivalence entre l'espace $\mathbb{R}^3$ de la physique traditionnelle et l'espace des Whitehead-points [5].

On pourrait affirmer : mission accomplie ! Et reprendre notre analyse en termes de points euclidiens, en sachant que les deux images sont équivalentes et que l'on peut construire un espace-temps en termes d'intervalles, en le reconduisant de cette façon au concept de Nature telle qu'on la perçoit. Il existe pourtant des concepts, développés au sein de la physique, qui dépendent très fortement de la description de l'espace-temps dont on dispose,

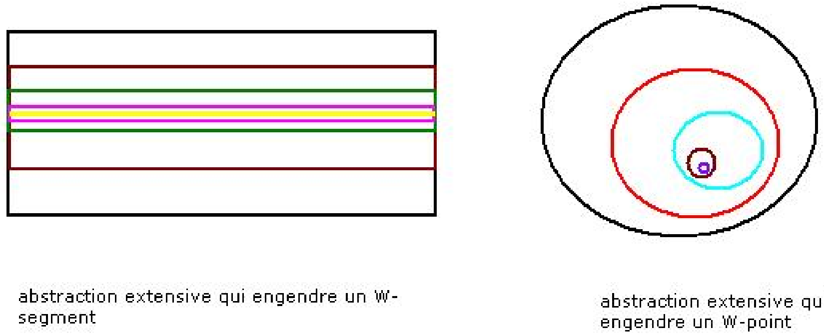

FIG. 1 – Deux classes d'abstraction extensive : un W-segment et un W-point

tout particulièrement de notre choix de considérer le point euclidien comme faisant ou ne faisant pas partie du réel. Le chapitre suivant discutera une notion historiquement débattue, celle de déterminisme, en mettant tout particulièrement en évidence sa connexion avec la structure de l'espace-temps et la notion de point euclidien.

3 Le déterminisme de Laplace et de Popper, le determinisme de Earman

Que signifie le terme *déterminisme* ? Historiquement le déterminisme est identifié avec une vague notion d'inéluctabilité, l'idée d'un destin, d'une succession des événements inévitable et inscrite a priori dans le réel. Un monde est déterministe si l'état actuel des choses, ou un état quelconque dans le passé, rend le futur unique et sans alternatives. Même s'il est vrai que le problème est d'origine ancienne, le concept de déterminisme dans des termes rigoureux se pose pour la première fois en conséquence de la grande révolution scientifique commencée par Galilée et raffinée par Newton. L'homme se retrouve pour la première fois en possession d'une méthode de calcul capable, en partant d'une base de données présentes et certaines, d'induire un état futur aussi bien déterminé sur la base d'une analyse scientifique. La définition plus connue de déterminisme est due à Pierre Simon marquis de Laplace [10] :

> *Nous devons donc envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez*

vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements de plus grand corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre, dans la perfection qu'il a su donner à l'Astronomie, une faible esquisse de cette intelligence. Ses découvertes en Mécanique et en Géométrie, jointes à celle de la pesanteur universelle, l'ont mis à portée de comprendre dans les mêmes expressions analytiques les états passées et futurs du système du monde. En appliquant la même méthode à quelques autres objets de ses connaissances, il est parvenu à ramener à des lois générales les phénomènes observés, et à prévoir ceux que des circonstances données doivent faire éclore. Tous ces efforts dans la recherche de la vérité tendent à la rapprocher sans cesse de l'intelligence que nous venons de concevoir, mais dont il restera toujours infiniment éloigné. Cette tendance propre à l'espèce humaine est ce qui la rend supérieure aux animaux, et ses progrès en ce genre distinguent les nations et les siècles et fait leur véritable gloire. (EPP, pg. 32-33)[3]

Dans cette définition ce qui nous intéresse ce sont surtout deux aspects ; le premier c'est l'idée d'une formule analytique, capable d'inclure passé et futur du monde. Une idée qui sous-entend que passé et futur sont connaissables, donc inévitables. L'expression d'une telle formule est possible en termes de position momentanée, de force, de vitesse. Ce sont toutes des notions qui ont un sens uniquement à l'intérieur de l'espace et du temps. Il est clair que la définition de déterminisme dépendra fortement de ce que nous admettons être partie de l'ontologie de l'espace et du temps. La deuxième c'est le problème de la précision exacte avec laquelle l'intelligence invoquée par Laplace doit connaître son univers. Dans un tel but nous proposons une deuxième et plus moderne analyse du concept de déterminisme, celle proposée par Sir Karl Popper [11] :

> *The [Laplace] demon, like a human scientist, must not be assumed to ascertain initial conditions with absolute mathematical precision ; like a human scientist, he will have to be content with a finite degree of precision* (OU, p.34)

Le problème se pose donc dans des termes plus clairs d'une précision mathématique absolue. Mais que signifie "précision absolue" ? Cela signifie bien entendu la connaissance du point euclidien dans lequel se trouve l'objet dans l'espace et dans le temps.

La définition de Popper est absolument incapable de décider en faveur ou contre le problème du déterminisme, par contre elle soulève une question

[3]Lorsque nous terminons une citation, nous spécifions toujours l'acronyme de l'oeuvre de référence, ainsi que les pages

différente, celle de la prédictibilité. Popper en effet raisonne dans un espace-temps fait de points euclidiens et les accepte dans son ontologie. Dans un tel scénario peu importe la capacité de prévision du démon ou de l'expérimentateur ; le fait qu'il ne soit pas possible de prévoir le résultat d'un calcul pour insuffisance manifeste des moyens de computation et de mesure ne peut en aucun cas changer le fait que les lois qui décrivent l'espace-temps, une fois acceptées comme faisant partie de son ontologie, sont strictement déterministes. Le problème n'est donc pas résolu, mais l'analyse de Popper contribue au moins à mettre en évidence un facteur important : la notion de point euclidien est centrale dans le maintient du déterminisme des lois physiques.

Comment formuler correctement la notion de déterminisme ? Comment pouvons nous construire une définition formelle, réfutable dans des termes poppériennes, capable de décider si une théorie physique est déterministe ? Notre proposition consiste à se tenir à la très remarquable définition proposée par John Earman [6]. Cette définition possède plusieurs limites, mais elle est tout de même assez flexible pour assurer une discussion complète de presque tous les aspects que nous intéressent.

Définition 5 (de déterminisme) *Letting W stand for the collection of all physically possible worlds, that is, possible worlds which satisfy the natural laws obtaining in the actual world, we can define determinism as follows. The world $w \in W$ is [...] deterministic just in case for any $w' \in W$ if w and w' agree at any time, then they agree for all times (A Primer on determinism, Earman, pg. 13)*

Cette définition nous présente une série d'avantages. Premièrement, une fois les lois qui décrivent le fonctionnement de notre monde et l'ontologie de celui-ci données, le problème est toujours décidable, pour autant que les lois utilisées dans cette description agissent dans l'espace-temps. Deuxièmement on l'applique tout aussi bien à un espace euclidien "classique", que à notre espace de Whitehead sans points. Troisièmement elle nous évite toute référence à des démons, intelligences ou créatures imaginaires. Cela nous évite toute tentation d'introduction d'un problème épistémologique, celui de la possibilité d'une mesure par un être pensant, dans un problème qui est pourtant entièrement ontologique, celui de décider si le monde est ou n'est pas déterministe. Le déterminisme, on ne le répétera jamais trop, est absolument indépendant du fait que quelqu'un sache effectivement déterminer.

4 Le déterminisme de Whitehead

C'est maintenant le moment de discuter ce qui se passe dans un espace-temps à l'intérieur duquel des objets sont localisés dans des événements plutôt que dans des points euclidiens. Pour mieux expliciter le problème, on dira que la position et le temps sont donnés sous forme d'intervalle. Il en suit que la vitesse et l'accélération sont définies à leur tour comme des intervalles. Ces intervalles peuvent être aussi petites que l'on veut, sans aucun type de limite.

Un problème de mécanique classique, tel que celui d'une pendule, aura pour solution une position d'un centre de masse, localisé dans un lieu aussi petit que l'on veut, en mouvement à travers l'espace-temps, fait de lieux et de durées. Dans n'importe quel moment la position pourra être localisée dans un intervalle de dimension identique à celui choisi au départ pour décrire la position initiale de la pendule.

La situation se complique lorsque on s'intéresse à la dynamique d'un système chaotique, tel que le billard de Bunimovich (voir figure 4). Il s'agit d'un problème qui a la particularité suivante : soient deux positions initiales définies en termes de points euclidiens, et une vitesse identique pour les deux positions. A chaque position on associe une masse en mouvement. Nous pouvons choisir les deux positions initiales aussi proches que l'on veut, l'évolution de leurs trajectoires divergera exponentiellement avec le temps. Autrement dit, si l'on observe deux billards identiques, dans lesquels deux masses identiques avec des vitesses identiques ont évolué en partant de deux positions aussi proches que l'on veut, on observera dans un temps fini deux trajectoires complètement différentes.

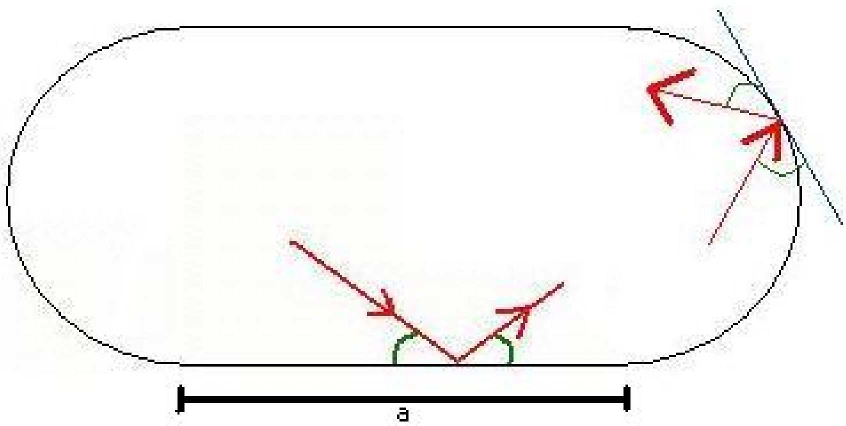

Fig. 2 – Le billard de Bunimovich : un exemple de système chaotique

Ce genre de chaos s'appelle *déterministe*, et ce n'est pas par hasard. En effet nous avons choisi deux positions initiales aussi proches que l'on veut, mais différentes. Peu importe qu'elles soient très proches ; si l'on se tient à la définition de Earman, les deux trajectoires représentent deux mondes w et w' divers, il nous n'est donc d'aucun aide de les discuter pour décider si le billard est déterministe. Au contraire, si l'on positionne sur un même point euclidien les deux masses, leur évolution sera strictement identique, ce qui selon notre définition implique que le billard de Bunimovich est un système déterministe. Techniquement il s'agit d'un déterminisme imprévisible, mais peu importe. C'est toujours bien du déterminisme.

Si par contre on choisit l'espace de Whitehead, les deux positions aussi proches que l'on veut feront partie d'un intervalle ; vu que il s'agit d'un même intervalle, il s'agit de la même position dans des termes whiteheadiens. Dans ce cas la définition de déterminisme nous dit que le billard est indéterministe. Nous pouvons avancer l'objection suivante : l'espace de Whitehead nous permet de choisir un intervalle plus petit, qui est associée à une valeur numérique de la position plus précise ; de cette façon les deux positions initiales se retrouvent distinctes, l'une différente de l'autre, et leur dynamique n'agit plus sur le problème du déterminisme. Bien évidemment la nouvelle précision nous permet encore une fois de positionner deux masses dans une même intervalle, plus petit. Les deux masses auront donc une évolution différente. L'objection qu'il est de nouveau possible de choisir une plus grande précision retourne, et ainsi de suite, sans arrêt. Plus grande est la précision, plus grand sera le temps que les deux trajectoires emploieront pour devenir distinctes entre elles. L'espace-temps de Whitehead, tel qu'on l'a définit, est déterministe pour un temps aussi long que l'on veut. Plus grand est le temps pendant lequel on veut préserver le déterminisme, plus grande sera la précision avec laquelle on devra spécifier la position initiale de deux masses. Puisque il est légitime d'augmenter la précision sur la position indéfiniment, on pourra obtenir un monde qui est déterministe pour un temps indéfiniment long. En effet, une fois données deux "mondes" w et w' dans une période t (défini lui aussi avec une précision aussi petite que l'on veut) on peut spécifier un temps t' quelconque successif à t dans lequel w et w' seront identiques. Ce que l'on ne peut pas faire c'est d'affirmer que pour un temps $t = \infty$ (temps infini) les deux mondes w et w' seront identiques, puisque pour faire cela on devrait déterminer leur position initiale dans un point euclidien, ce qui est proscrit dans l'espace-temps de Whitehead. On est donc en face d'un déterminisme très peu usuel : un déterminisme qui se construit chemin faisant. Le futur dans l'ontologie de Whitehead est déterminé pour une durée aussi grande que l'on veut, et il se détermine au fur et à mesure que le temps avance. C'est un *determinism in the making*, un devenir du déterminisme qui ne peut que surprendre.

On conclura par un retour à la définition du déterminisme de Popper . Le grand épistémologue nous dit substantiellement que le démon de Laplace doit se contenter d'une précision finie, au même titre que n'importe quel expérimentateur. Tout de même il admet implicitement qu'une précision mathématique infinie existe, et est pourvue d'un sens. Nous pouvons nous poser la question de Whitehead, et l'analyser ultérieurement. Affirmer que la nature est *ce dont on fait l'expérience* signifie imposer une condition générale à l'ontologie. Cela signifie que la nature n'est (en soi) rien de plus de ce que l'on peut espérer d'y voir. Un peu pédantesquement l'on dira que l'épistémologie d'un expérimentateur idéal et omniscient équivaut à l'ontologie de l'espace-temps de Whitehead. Par cette affirmation on s'éloigne clairement de ce qui est déclaré par Popper ; la difficulté n'est pas d'ordre technique. Le problème n'est pas posé dans des termes "sommes-nous capable de mesurer ?" ou encore "sommes-nous capable de calculer ?", puisque la réponse est trivialement négative, mais elle ne nous satisfait pas. On peut facilement constater que l'on ne pourra jamais calculer le plus simple des problèmes chaotiques, même à l'aide d'un très puissant ordinateur. Le problème est : "une précision infinie a-t-elle du sens ?" "Une précision aussi petite que l'on veut a-t-elle du sens ?" Il y a des sérieuses raisons, que l'on motivera dans le prochain chapitre, pour répondre négativement aux deux questions. Il existe des extensions mathématiques, qui ne sont pas des points euclidiens, mais qui ne sont pas non plus des lieux et des durées. C'est à dire qu'il existe une limite, imposée non pas à l'homme ou à l'esprit humain, ou même à une esprit surhumain, mais imposée à la nature même, que nous pouvons obtenir en raisonnant sur nos théories scientifiques. En dessous de cette limite une extension, un intervalle, un événement, n'est pas un point euclidien, mais il n'est pas non plus un lieu ou une durée, puisque la signification de lieu et de durée ne nous permet pas de décrire une telle limite.

5 Longueur de Compton, rayon de Schwarzschild, longueur de Planck

Dans ce chapitre on introduira trois notions fondamentales pour la discussion du déterminisme. Il s'agit d'un chapitre quelque peu technique, mais un sacrifice en termes de difficultés est indispensable afin d'assurer la transparence nécessaire à la discussion qui va suivre. Premièrement on s'intéressera à un problème clé de la mécanique quantique, l'inégalité de Heisenberg

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar$$

Physiquement l'inégalité nous dit qu'il n'est pas possible de déterminer au même temps la position et la quantité de mouvement d'un objet, la ou la quantité de mouvement représente intuitivement "la difficulté qu'on a à freiner un objet en mouvement". Le rapport entre Δx l'intervalle d'espace dans lequel se trouve un objet et Δp l'indétermination de sa quantité de mouvement, est toujours plus grande qu'une valeur donnée. Cela signifie que si j'essaie de confiner un objet à l'intérieur d'un très petit espace, la quantité de mouvement deviendra toujours moins déterminée. La quantité de mouvement est liée à l'énergie d'une particule

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

L'énergie contenue dans la masse d'une particule est fixée. Cherchons l'énergie à partir de laquelle la quantité de mouvement d'une particule fournit une contribution en énergie comparable à celle de sa masse, cet à dire $m^2c^4 \cong p^2c^2$. Cette valeur est aussi celle à partir de laquelle il y a suffisamment d'énergie pour créer spontanément une paire de particules.

$$mc \cong p$$

On l'insère dans l'inégalité de Heisenberg

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{mc}$$

Cherchons à construire idéalement la signification de ce résultat : nous avons construit un intervalle d'espace tel qu'un observateur qui s'efforce d'observer un objet confiné dans un espace si minuscule, verra sa quantité de mouvement avoir une indétermination telle que son énergie suffit à créer une paire particule-antiparticule.

Passons maintenant à la détermination d'une deuxième unité de longueur typique de la physique : le rayon de Schwarzschild.

$$R = \frac{2Gm}{c^2}$$

Cette longueur R représente la dimension au delà de laquelle une masse m devient un trou noir. Nous pouvons l'interpréter comme étant la dimension au delà de laquelle si l'on cherche à regarder une particule, elle possède une densité tellement élevée qu'elle échappe à notre analyse. En effet, afin de regarder nous sommes obligés d'interagir avec un quelque type d'entité qui voyage entre l'objet que l'on regarde et notre système perceptif. Si l'on cherche à regarder une particule confinée dans un espace plus petit que son rayon de Schwarzschild en lui envoyant un photon, celui-ci ne retournera jamais en arrière et donc on ne pourra absolument rien voir.

Passons maintenant à un dernier calcul : nous avons en effet trouvé deux longueurs qui dépendent de la masse ; on peut poser $R = \Delta x$. On trouve :

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2G\hbar}{c^3}}$$

Qu'est-ce que cette dimension signifie ? Si l'on raisonne dans les termes exposés jusque la, on s'aperçoit qu'elle a été obtenue en imposant deux conditions :

- que l'énergie due au principe d'indétermination de Heisenberg soit suffisante pour créer une paire particule antiparticule de l'objet considéré
- que la longueur dans laquelle on localise un objet soit tellement petite que celui-ci se comporte comme un trou noir.

La combinaison de deux caractéristiques, fait qu'un objet localisé dans un intervalle de la dimension trouvée soit contemporainement un trou noir, dont l'incertitude en énergie est suffisante à créer une paire de particules qui sont des trous noirs, identiques au premier.

On remarque que la longueur de Compton et le rayon de Schwarzschild sont deux longueurs qui dépendent de la masse observée. Cela signifie que notre choix de localiser une masse à l'intérieur d'un lieu dont la longueur est inférieur à sa longueur de Compton ou bien à son rayon de Schwarzschild, change le résultat de notre observation. La description d'un même objet, un électron par exemple, change si on le regarde confiné dans un lieu très petit. La dimension de ce lieu dépende par contre de ce que l'on a choisi d'observer, plus précisément de la masse de ce que l'on observe.

Au même temps nous remarquons que la longueur $\Delta x = \sqrt{\frac{2G\hbar}{c^3}}$ s'exprime en termes absolus, elle ne dépend ni de la masse, ni d'un autre paramètre variable quelconque, mais seulement des constantes fondamentales de la nature. C'est une valeur numérique.

Cette longueur est connue comme *longueur de Planck* et elle représente la dimension la plus petite concevable en physique. Des dimensions inférieures sont dépourvues de signification puisque n'importe quel objet, indépendamment de sa masse, de sa nature, des moyens utilisés par l'observateur, en dessous de la longueur de Planck est impossible à décrire. Il s'agit donc d'une limite imposée à la nature spatiale ; des extensions plus petites que la longueur de Planck sont dépourvues de signification physique. Nous nous souvenons que la nature selon Whitehead impliquait la possibilité d'associer à un intervalle, que ce soit une durée, un lieu ou un événement, une valeur numérique correspondante à sa mesure. Ce n'est que grâce à cette mesure que l'espace-temps est pourvu de signification. Nous pouvons donc affirmer qu'un intervalle dont la mesure est plus courte que la longueur de Planck n'est ni durée, ni lieu, ni événement, et ce n'est donc pas de l'espace-temps. On écrira $\lambda_{Planck} = \Delta x = \sqrt{\frac{2G\hbar}{c^3}}$

6 L'indéterminisme whiteheadien

On vient de construire dans le chapitre qui précède une dimension limite pour l'espace. Nous pouvons maintenant nous demander ce qui arrive à l'espace d'intervalles proposé par Whitehead en présence d'une longueur de Planck. La longueur de Planck est un nombre ; un intervalle d'espace peut être associée à un volume de taille inférieur à la longueur de Planck. Dans ce cas se pose le problème de la mesurabilité de cet intervalle. Il est clair qu'une longueur limite pour la taille d'un intervalle est incompatible avec la notion de "point euclidien" proposée par Euclide, un lieu "sans partie et sans grandeur". Elle est pourtant aussi incompatible avec notre définition actuelle d'abstraction extensive, puisque de façon générale la méthode peut recourir à des intervalles associées à une mesure aussi petite que l'on veut, éventuellement plus petite même que la longueur de Planck.

La question légitime qu'on formule est pourtant une autre : on est parti, dans notre raisonnement de la construction de l'espace, de *la nature perçue par les sens*. Nous avons construit un espace-temps en procédant idéalement vers des dimensions de plus en plus petites de nature perçue. D'une manière quelque peu naïve nous avons supposé qu'un tel processus pouvait être étendu indéfiniment ; n'importe quelle longueur, tant qu'elle est associée à un intervalle, peut en droit être considérée comme "espace". Nous sommes parvenus à construire un intervalle qui ne peut pas être analysé ou connu en nature, indépendamment de l'observateur ou de la méthode utilisée pour mesurer. Nous pouvons affirmer qu'un intervalle associé à une longueur plus courte que la longueur de Planck est effectivement un intervalle, mais ce n'est pas de l'espace, puisque il est dépourvu de la caractéristique fondamentale de l'espace, celle d'avoir une signification physique, de représenter la longueur de quelque chose. L'espace doit être *mesurable* pour pouvoir être considéré comme une partie de la nature. Une extension qui n'est pas mesurable, ne peut être considérée comme nature, donc elle ne peut pas être considérée comme espace.

Nous proposons donc une reformulation de la méthode d'abstraction extensive qui impose une différence entre intervalle et espace. Autrement dit, on admettra l'existence d'étendues mathématiques qui n'ont pas de correspectif dans la réalité physique, et qui ne peuvent pas être considérés comme faisant partie de la nature.

On aura donc besoin avant tout d'une fonction qui associe à toute mesure un intervalle. La réciproque n'est pourtant pas valable, c'est-à-dire que pas n'importe quel intervalle possède une mesure. Lorsque une mesure est associée à un intervalle on dira que cet intervalle est mesurable. La qualité d'être **mesurable** est ce qui fait d'un intervalle un morceaux d'espace, de temps, ou d'espace-temps.

On prendra aussi un ensemble F d'intervalles, qui forment une famille (selon notre définition 1). Parmi ces intervalles on effectuera une partition. On dira que E est le sous-ensemble de F tel que toutes les intervalles de E sont associées à une mesure. Le sous-ensemble E' est par contre formé des intervalles de F qui ne sont pas associées à une mesure. On prétend de plus que E et E' forment la totalité de F, et qu'un intervalle qui est inclu dans E n'est pas inclu dans E' (et vice-versa). Un intervalle est soit **mesurable**, soit **non mesurable**.

Notre définition de l'abstraction extensive devient donc

Définition 6 (d'abstraction extensive quantifiée) *Soient* $E = e_1, ..., e_n, ...$ *un ensemble d'intervalles mesurables. On notera* $\varphi^{-1}(e_i)$ *la mesure qui est associée à l'intervalle* e_i*. Soit* $F = f_1, ..., f_n, ...$ *un ensemble de intervalles, tels que* $F = E \cup E^{'}$ *et* λ_{Planck} *est inclu dans F.*

1. $\forall f_i, f_j, i \neq j \Longrightarrow f_i \subset f_j$ *ou bien* $f_j \subset f_i$
2. *il n'y a pas de plus petit élément de E*
3. $\forall e_k^{'}(\forall e_l, e_k^{'} \subset e_l)$
4. $\varphi^{-1}(max\{e_k^{'}\}) = \lambda_{Planck}$

Nous remarquons que

1. Assure un **ordre total** sur F
2. Assure qu'il n'y a pas de plus petit élément de E, c'est-à-dire que il n'y a pas de plus petit intervalle mesurable
3. Assure que tout intervalle de $E^{'}$ est contenue dans les intervalles de E
4. Garantit que $E^{'}$ possède un majorant, qui fait partie de $E^{'}$ (donc qui n'est pas mesurable), et qui est la longueur de Planck

$E^{'}$ est donc l'ensemble qui comprend tous les éléments de notre ancienne définition, qui ne font pas partie de l'espace mesurable (plus petits que la longueur de Planck). La plus petit majorant de $E^{'}$ c'est la longueur de Planck. E converge vers le majorant de $E^{'}$, par approximation successive.

Cette définition d'abstraction extensive permet donc, de reconstituer le principe clé de Whitehead (la nature est ce qui est percevable), et converge vers un quantum d'espace. Nous remarquons que le problème chaotique illustré au chapitre 4 peut être défini en utilisant des position initiales qui sont des intervalles de E, mais que cela ne marche pas avec des intervalles dans $E^{'}$, qui ne sont pas mesurables. On en déduit que la solution du problème chaotique nous oblige à calculer la dynamique d'un intervalle de la taille d'une longueur de Planck. L'évolution temporelle provoque une divergence rapide de cet intervalle ; deux trajectoires qu'en principe étaient impossibles à distinguer, car faisant parties d'un même intervalle de $E^{'}$, vont dans un très court temps devenir parfaitement distinctes. *Le problème chaotique n'est donc pas déterministe dans l'espace de Whitehead quantifié.*

Notre thèse est que une réaxiomatisation de l'espace, épurée de ses éléments abstraits et pourvue d'une signification physique, a comme conséquence immédiate que certaines problèmes parasites tels que le déterminisme, dérivés d'une confiance excessive dans l'abstraction mathématique, vont immédiatement disparaître. Lorsque l'espace est analysé pour ce qu'il est physiquement, plutôt que mathématiquement, il se comporte en conséquence, et il élimine le problème du déterminisme.

7 Conclusions

Nous avons mis en évidence que une conception de l'espace, telle qu'elle est proposée par Whitehead, permet de mettre sérieusement en cause le déterminisme des lois physiques. Nous aimerions souligner que malgré la petitesse de la longueur de Planck, un comportement foncièrement indéterminisme peut surgir très vite, selon le type de configuration que nous avons, et le caractère plus ou moins chaotique du système. Nous proposons quelque estimation en annexe A.

Nous sommes parfaitement conscient que nous ne présentons ici qu'une analyse incomplète du problème du déterminisme. Premièrement, nous nous intéressons à une analyse et des calculs strictement classiques, alors que nous introduisons des longueurs de Planck, un objet qui est fondamentalement quantique. Nous estimons que l'intérêt de notre argument est précisément de permettre le surgissement d'un effet classique à partir des longueurs quantiques. Il est pourtant clair qu'un approfondissement des rapports entre mécanique quantique et indéterminisme est important.

Deuxièmement nous ne nous intéressons pas au problème qui est d'habitude rattaché au déterminisme, celui du libre arbitre. Ceci pour deux raisons : premièrement nous ne voyons de quelle manière un argument issu des thématiques whiteheadiennes pourrait être discuté en termes de dualité cartésienne, ou du monisme issu de la "philosophie de l'esprit". L'approche de Whitehead au problème de l'esprit est fondamentalement différente de celui de Kant, Descartes ou même des courantes contemporaines de pensée sur la relation corps-esprit. Nous croyons qu'il serait peux sérieux de le discuter en dehors de son cadre naturel, la philosophie du procès de Whitehead.

De plus nous ne voyons pas de quelle façon notre argument pourrait venir en aide au problème du libre arbitre : nous introduisons une source d'incertaine dans la description physique des phénomènes. Cela n'aide pas à la solution du problème du libre arbitre ; c'est plutôt le contraire.

En effet notre argument ne permet de mettre en évidence qu'un caractère aléatoire des phénomènes physiques. Nous croyons que l'intérêt d'un semblable argument est donc plutôt à rechercher dans des problèmes de "flèche du temps" et d'irréversibilité des processus thermodynamiques, le surgissement à grand échelle de comportements irréversibles de type indéterministe trouvant ici un soutient théorique et conceptuel. C'est donc la mise en évidence d'un caractère foncièrement déterministe, mais potentiellement indéterministe, au moins dans des cas particuliers lors de comportement chaotiques, que nous défendons.

Le problème du libre arbitre reste difficilement discutable de notre point de vue.

Remerciements

J'aimerais remercier toutes les personnes qui ont contribué à cet article : Tout particulièrement le docteur Mario Valentino Bramè, le prof. Giangiacomo Gerla, le prof. Philippe Martin, le doct. Jerôme Meizoz, le doct. Gianluigi Pala, qui ont patiemment relu, critiqué et corrigé les différentes versions de ce texte. J'aimerais tout aussi remercier mon directeur de thèse, prof. Raphaël Célis, qui a contribué à la mise au point du présent travail. Enfin j'aimerais remercier mon ami Fabrizio Patuzzo qui m'a aidé, en discutant sur le sujet, à clarifier mes idées.

A Annexe : Estimer le temps de croissance de la distance entre deux trajectoires

Nous aimerions proposer ici un approfondissement du problème de l'évolution de deux trajectoires qui se trouvent initialement être indistinguables, car séparées par une distance plus courte que la distance de Planck.

Nous savons depuis la théorie de la physique statistique que deux trajectoires s'éloignent au cours du temps, selon la loi exponentielle

$$\delta(x(t)) = \delta(x(0))e^{\lambda t}$$

ou le coefficient λ est connu sous le nom de exposant de Lyapunov, un nombre qui dépend du système étudié, et qui exprime la " chaoticité " de celui-ci. Si le coefficient est plus grand que zéro, le système étudié est chaotique.

Nous avons choisi d'estimer le temps nécessaire à deux trajectoires, initialement aussi proches que la longueur de Planck, pour s'éloigner d'un centimètre. Nous rappelons que la longueur de Planck vaut $\lambda_{Planck} = \sqrt{\frac{2G\hbar}{c^3}} \simeq 2.210^{-35}$ mètres. Nous choisissons les coefficients de Lyapunov du problème du billard de Bunimovich, qui avait été prit comme exemple. Des travaux de J.L. Hansen [12], ont mit en évidence que les exposants de Lyapunov du billard, dépendent de la longueur a de son côté (voir figure 4). L'exposant maximale qu'on obtient du billard est environ $L = 0.45$. Nous avons donc représenté graphiquement la distance croissante entre deux trajectoires séparées par une distance de Planck :

Nous remarquons que la distance entre les deux trajectoires a dépassé le centimètre après environ 200 secondes (3 minutes et 20 secondes).

Le caractère chaotique du billard de Bunimovich se manifeste donc rapidement, même pour une distance aussi petite que la longueur de Planck.

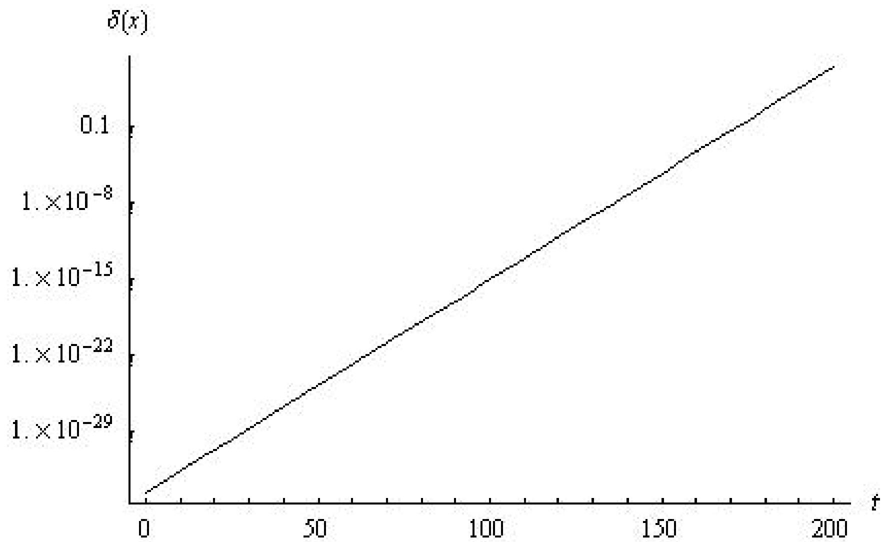

FIG. 3 – La distance entre deux trajectoires croit avec le temps

Références

[1] Isabelle Stengers. *Penser avec Whitehead.* Seuil, première edition, 2002.

[2] Mario Valentino Bramè. La metafisica di whitehead nelle formule di whitehead. *Insonomia*, 2006.

[3] Mario Valentino Bramè. Dalla metafisica alla fisica : la relatività di whitehead. *Insonomia*, 2005.

[4] Ilya Prigogine et Isabelle Stengers. *Entre le temps et l'éternité.* Fayard, première edition, 1988.

[5] Antonio Pecoraro e Giangiacomo Gerla. Formalizzazione della geometria senza punti di A.N. Whitehead. Master's thesis, Università degli studi di Salerno, 2006.

[6] John Earman. *A primer on determinism.* D. Reidel publishing company, 1986.

[7] John Baez. Length scales in physics. *university of california online*, 2005.

[8] Alfred North Whitehead. *The concept of nature.* Cambridge university press, 4th edition edition, 1955.

[9] William James. *An essay concerning radical empiricism.* Longmans, Green and Co., 2th edition edition, 1922.

[10] Pierre-Simon Laplace. *Essai philosophique sur les probabilités.* Christian Bourgois editeur, 1986.

[11] Sir Karl Raimund Popper. *The open universe.* ., 1953.

[12] Jonas Lundbek Hansen. Lyapunov exponent for the stadium billiard. 1995.