DOGMA
REVUE DE PHILOSOPHIE ET DE SCIENCES HUMAINES

Analyse cartésienne et modélisation: essai d'une critique de la critique de l'analyse cartésienne à la lumière des *Regulæ*[1]

Par Abdelkader Bachta

Examen des fondements à la lumière de Regulæ

A présent, modéliser c'est abandonner l'analyse cartésienne. On peut parler, à ce propos, d'un véritable dilemme, d'une dichotomie entre la deuxième règle du *Discours*[2] et la modélisation qui s'instaure comme le substitut du procédé analytique cartésien.

Ce point de vue assez général pour caractériser notre époque est, en fait, la continuation d'une mentalité non analytique qui est née vers le milieu du siècle précédent et qui a vu apparaitre, officiellement, l'idée de modélisation comme l'opposé de la méthode cartésienne en question. (Il serait opportun de remarquer ici que cette mentalité non analytique n'est pas exclusive et qu'il y a au cours de cette période des penseurs qui pratiquent l'analyse en général comme Tarski, Atkins etc.) On peut citer, sur ce plan, deux écoles essentielles récusant l'analyse cartésienne:

1) La systémique, courant, actuellement, très populaire et dont la critique de Descartes est explicite (on part, dans une large mesure de cette critique.) La théorie du *système général* de Lemoigne peut résumer ce courant ; tel est, manifestement, le projet de l'auteur[3].

Dans ce livre, les textes anti-analytiques et anticartésiens abondent. On pense, en somme, que la nature est trop complexe pour être simplifiée à la manière de Descartes. Lemoigne et les autres systémistes prônent le globalisme[4].

---

1 In les œuvres complètes, Ed Gilbert.
2 Même édition.
3 La théorie du système général, Edition de 2006 – Les classiques du réseau intelligence et complexité.
4 Lemoigne a été suivi par des auteurs non systémistes comme J M Legray dans l'expérience et le modèle, un discours sur la méthode, Ed Quae 1997

2) René Thom : cet auteur est l'inventeur de la théorie des catastrophes et des mathématiques de la morphogenèse. Il rejoint, d'une certaine manière, les systémistes qu'il critique, violement, par ailleurs, en recommandant, de son côté, un globalisme qui ne se perd pas dans les détails comme celui de ses contemporains signalés. Moins populaire qu'eux (ses travaux n'intéressent guère, à présent, que quelques rares spécialistes après le grand essor qu'ils ont connu dans les années 80) ; il ne s'occupe pas beaucoup de Descartes, mais il ne peut pas adhérer à son procédé analytique à cause de son globalisme précis.[5]

- En ce qui concerne l'analyse cartésienne, rappelons, d'abord, son lien étroit[6] avec la pensée mathématique comme toute la méthode dont elle est un élément essentiel et inséparable, d'ailleurs ; Descartes lui accorde la priorité dans ses secondes réponses. D'un autre côté, remarquons que le fond de l'analyse (ou décomposition) c'est la réduction (ou la simplification). Tout le monde en convient y compris les anticartésiens.

Nous avons déjà discuté les rapports entre la pensée cartésienne et la modélisation.[7] Mais dans cette étude, nous allons :

1)- Examiner les relations entre l'analyse cartésienne (ou réduction) et la modélisation au niveau de la pensée mathématique. Nous le ferons d'un point de vue cartésien, qui nous intéresse ici.

2) – Nous demander si la réduction est, vraiment, absente dans le domaine de la modélisation.

Du côté cartésien, notre référence sera *les Régulæ,* ce livre plus au moins oublié malgré son importance extrême. Pour ce qui est de la modélisation, nous remonterons aux deux fondements signalés qui nous paraissent conditionner d'une façon inégale, l'actualité anticartésienne et anti-analytique.

I. Au niveau mathématique, les modélisateurs sont sur les traces de l'analyse cartésienne

Descartes est on le sait un grand mathématicien et un praticien en mathématique, rappelons qu'il avait découvert (avec Fermat) la géométrie analytique. Mais quand il s'agit

5 Cf notre article, in « Plastir » n°48
6 Ce lien est clair dans le discours, 1ère partie, mais aussi dans les Régulae comme on verra.
7 Cf, par exemple, les numéros 43 et 46 de « Plastir »

de sa pensée sur les mathématiques en rapport avec la méthode, il pratique une sorte de métamathématique.

Là, on doit se référer à la quatrième règle des *Régulæ*, un texte très discuté par les commentateurs.

Sur ce plan, nous découvrons deux idées essentielles pour notre propos :

1) Le projet de notre auteur est de dépasser la pratique pour aller aux fondements de celle-ci, on peut lire, par exemple : « *…je ne ferais pas grand cas de ces règles si elles n'étaient utiles qu'à résoudre les vrais problèmes dont les calculateurs et les géomètres ont coutume d'amuser leurs loisirs, et je croirais, dans ce cas, n'avoir réussi qu' à m'occuper de bagatelles* » ; plus loin il ajoute : *« En effet, rien de plus vide que de s'occuper de nombres stériles et de figures imaginaires, au point de paraitre vouloir se renfermer dans la connaissance de pareilles bagatelles ; rien de plus inutile que de s'attacher à ces démonstrations superficielles que l'on découvre plutôt par hasard que par la méthode et qui s'adressent plutôt à l'imagination et aux yeux qu'à l'intelligence ..* » ; bien entendu, Descartes utilisera les nombres, les figures et les démonstrations, comme il le dit lui-même, dans le texte, pour arriver à son dessin, mais telle n'est pas sa finalité ultime lorsqu'il s'agit d'élucider la méthode.

Au point où nous sommes, l'attitude de Descartes nous rappelle, toutes proportions gardées, bien sûr, celles qu'on rencontrera, plus tard, chez Gödel critiquant la mécanisation mathématique et prônant le recours au métalangage et à l'esprit.[8]

Descartes ne va pas tarder de nous dire le nom du fondement recherché qui concerne « toutes les choses dans lesquelles on étudie l'ordre et la mesure en général ». Plus précisément, il est question de la mathématique universelle.

Cette discipline, qui a fait couler beaucoup d'encre, renferme une double généralisation (verticalement et horizontalement) ; nous voulons dire qu'elle concerne aussi bien l'époque de l'auteur que la postérité. Ce qui intéresserait, vraiment, Descartes, au fond, c'est l'accès à l'esprit mathématique.

2) La seconde idée importante de ce texte, c'est la précision des rapports entre cet esprit et la méthode; l'auteur nous dit en effet « …or ces deux sortes d'analyses (il veut parler de la géométrie des anciens et l'algèbre des modernes) ne sont autres choses que les fruits spontanés des principes innés de cette méthode ». Tout laisse croire que l'esprit

8 En ce qui concerne Gödel, Cf., par exemple, le dernier chapitre de notre livre, *René Thom et la modélisation scientifique*, L'Harmattan 2013.

mathématique en question est la manifestation naturelle de la méthode que Descartes tentera de déterminer. N'oublions pas que l'analyse est ici centrale et que l'auteur se souvient bien des mathématiciens analystes anciens et modernes.

Cela signifie, au fond, que tout usage des mathématiques témoignant de l'esprit mathématique, nous met sur les traces de la méthode générale et sur celle de l'analyse ne particulier.

Nos deux auteurs illustres ont appartenu, différemment, à l'esprit mathématique :

En ce qui concerne Lemoigne, chez qui l'usage de la géométrie n'est pas évident, il a suivi une perspective numérique (arithmétique, algèbre…) ; c'est très clair dans l'ouvrage qui constitue notre référence.

Signalons que cette tendance, se manifeste, chez lui, au niveau de l'emploi, très intensif, qu'il fait des concepts thermodynamiques, les tirant de leur milieu expérimental d'origine. C'est ainsi qu'il associe la catastrophe (concept de Thom) à l'idée de fonction d'état. L'autre concept thermodynamique, présent chez cet auteur, est celui d'équation d'état : partant de la distinction, que fait René Thom entre dynamique et cinématique, il nous dit que : *« l'équation d'état vise le comportement du système maintenant sa stabilité structurelle (un concept qu'il emprunte à Thom…) que la fonction d'état exprime le comportement du système changeant sa structure pour maintenir son identité* .»

Enfin, pour mesurer l'évolution du système, il emploie un concept fondamental en thermodynamique qui est celui d'entropie.[9]

- Cet emprunt des concepts thermodynamiques essentiels signifie que notre auteur a suivi une perspective arithmétique, car c'est au moyen de cela que la science thermodynamique a mesuré et quantifié les phénomènes thermiques qui l'intéresse, d'autant plus que l'auteur les a tirés du concret.

Du reste cette attitude numérique est normale chez notre auteur lorsqu'on sait qu'il reconnait explicitement l'influence de la logique formelle sur sa pensée. Or celle-ci est la mère nourricière de la quantification.[10]

L'histoire montre, en effet, que les inventeurs de cette discipline et leurs partisans (Boole, Hilbert mais aussi Frege, Russel, Tarski etc.) étaient de bons manipulateurs de nombres et d'excellents algébristes.

---

9 Cf., à ce propos, le premier chapitre do notre livre *La modélisation scientifique, Etudes sur la pensée modélisatrice de R. Thom*, Ed, La maison tunisienne du livre, 2016.

10 A propos de l'influence de la logique formelle sur Lemoigne, cf., La théorie du système général (même édition) page 188.

René Thom, au contraire, est hostile à la logique formelle et à la quantification. Sa topologie est exempte de toute perspective numérique. Arrivé à la dérivée $\frac{dc}{dt}$, il ne calcule pas, mais plonge dans des considérations topologiques relatives aux attracteurs et à leurs bassins. Sa topologie n'est donc pas algébrique.

Ce mathématicien illustre est plutôt un géomètre. Dans sa topologie différentielle, il met l'accent sur la pertinence du contenu géométrique qui serait la condition du sens et de la sémantique, (là il se distingue de Tarski chez qui la sémantique est liée à l'algèbre) ; d'où l'importance, chez lui, de l'idée de déploiement universel qui permet de justifier celle de continuité géométrique.

De toute façon, plusieurs auteurs ont mis l'accent sur cette dimension de la pensée de notre auteur, nous n'en citons que messieurs Petitot et Espinoza. Ce dernier va jusqu'à dire que, pour Thom, penser c'est géométriser.

Cependant, il est opportun de préciser que la continuité en question renferme la discontinuité à cause des singularités qui y sont et qui constituent les conditions théoriques de l'apparition des catastrophes, lesquelles représentent des ruptures, des sauts au sein de l'évolution.[11]

II. La réduction chez Descartes : la modélisation y existait déjà

a) Le meilleur texte pour définir la réduction (ou simplification) dans *les Régulæ*, est, certainement, la sixième règle, dont l'auteur dit : « Quoique cette règle paraisse ne rien apprendre de bien nouveau, elle renferme cependant le principal secret de la méthode, et il n'en est pas de plus utile dans tout ce traité. »

Le symbole de la réduction (ou simplification)et son expression la plus nette est, laisse entendre l'auteur, l'absolu qu'il définit ainsi : « J'appelle absolu tout ce qui contient en soi la nature pure et simple que l'on cherche, ainsi, par exemple, tout ce qu'on regarde comme indépendant, cause, simple, universel, un, semblable, droit, ou autre chose de ce genre ; et je dis que l'absolu est ce qu'il y a de plus simple et de plus facile, et que nous devons nous en servir pour résoudre les questions. »

Tout compte fait, les notions les plus importantes d'où découlent les autres sont la simplicité, l'unité et l'universalité (l'auteur veut parler, en fait, de la généralisation

11 Cf. notre étude sur les mathématiques de la morphogenèse chez Thom, « Plastir » n°48.

puisqu'il oppose, dans le texte, ce concept à celui de particulier) ; Il y aurait, donc, d'après ce texte, un lien fort étroit entre la réduction, l'unification et la généralisation.

On peut même parler, à ce niveau, d'une équivalence et dire que réduire est l'équivalent d'unir et de généraliser. En tout cas c'est ce que les classiques comme d'Alembert et Comte ont compris comme nous l'avons montré dans un travail antérieur.[12]

Cette équivalence est renchérie par d'autres textes des *Règles pour la direction de l'esprit :*

La règle 1 est un exemple clair ; l'auteur souligne l'importance de cette règle en disant : « Ce n'est pas sans raison que nous plaçons cette règle en tête de toutes les autres… »

Descartes insiste, dans ce texte, sur la nécessité d'unir toutes les sciences de l'esprit (et non les arts) et de dépasser, à ce niveau, les spécificités particulières.

C'est que, dit-il : « *…toutes les sciences sont tellement liées ensemble, qu'il est bien plus facile de les apprendre toutes à la fois que d'en détacher une des autres* » En somme, cette nécessité d'unir les diverses connaissances viendrait de leur appartenance à une source commune, qui est la sagesse humaine (ou la raison humaine), « q*ui est toujours une, toujours la même* », dit-il.

De toutes façons, l'équivalence rencontrée dans la règle 6 se retrouve ici : « au fond, cette unification du divers, du multiple signifie une réduction à l'unité par généralisation.

La règle 4 déjà citée peut être évoquée, sur ce plan, également : on a réduit toutes les mathématiques particulières en une discipline qui est la mathématique universelle. Evidement, l'unification et la généralisation sont manifestes dans cette règle. En fait, il s'agit là d'une application du principe rencontré, précédemment.

Le concept d'unité réductrice est fondamental chez Descartes ; en cela celui-ci avait précédé A. Comte et l'a, probablement, influencé. Mais s'il est « envahissant » dans les *Régulæ*, il n'est pas absent dans le Discours : la troisième règle dite de synthèse, qui implique l'unité, est, intimement, liée à la seconde, règle de réduction. La règle 5 des *Régulæ* affirme leur relation étroite et dit qu'elles contiennent les deux, toute la méthode ; d'autre part, la deuxième partie du Discours renferme le même concept unifiant et réducteur. L'auteur préfère une ville faite par un seul architecte à une autre construite par plusieurs, une législation promulguée par un seul sage, à une autre adoptée par une série de personnes.

---

12 Cf. notre étude in « Plastir », n°46.

Cependant, l'idée de généralisation n'est pas claire, elle est plutôt manifeste dans l'œuvre posthume, où unir veut dire réduire et généraliser. Cette équivalence est-elle vraiment, absente chez les modélisateurs ?

b) En ce qui concerne Lemoigne, remarquons, d'abord, que la généralité qu'exprime le concept de « système général » (qui est le modèle ultime ici) est tout à fait confirmée par les textes : « Le propos liminaire » dit qu'il intéresse « toutes les sciences, qu'il vaut dans tous les domaines de la science, de l'informatique à la sociologie, etc. » ; La postface va jusqu'à affirmer que ce concept (le modèle) concerne même les sciences futures. Dans le même texte, et ailleurs, on met l'accent sur le caractère interdisciplinaire du système général.

Signalons que cette généralisation extrême est faite au prix d'une réduction à l'unité. On a réduit par généralisation tous les systèmes particuliers en sciences naturelles et humaines à un seul, qui est bien entendu, le système général ; l'accord est donc parfait entre la modélisation chez Lemoigne et le concept cartésien de réduction.

Pour ce qui est de R. Thom, remarquons, premièrement, qu'au cours de la première période de son activité, où il croyait à l'existence d'objets séparés à la manière de Platon (les années 1955), il avait inventé (en même temps que Zeeman) le modèle de catastrophe mathématique, qui est une réduction à l'unité de toutes les formes qui apparaissent dans certaines conditions topologiques précises (conflit, invalidation d'attracteurs) et qui subissent une dynamique non classique. Il est clair que cette réduction est associée à une généralisation relative à tous les cas similaires.

Au cours des années 65, partant de l'union entre ses propres travaux portant sur la topologie différentielle et l'embryologie du développement de son correspondant Waddington, il a émis le modèle des mathématiques de la morphogenèse qui l'abaissa au concret. Mais ce modèle est une généralisation de théories antérieures sur la morphogenèse comme celles de Trompson, de Turing et de Waddington lui-même : leurs travaux portent sur l'embryologie ou sur la biologie, tandis que chez Thom, il s'agit de toute évolution de formes en général. Il est clair que cette généralisation est unifiante et réductrice.[13]

La modélisation chez Lemoigne et Thom (qui représentent ici nos repères) est tout à fait en accord avec l'idée de réduction comme *les Regulæ* l'entendent. D'ailleurs nos deux

13 Notre étude dans « Plastir » n°46.

auteurs reprennent, comme par mauvaise conscience, l'idée d'analyse ou de réduction sous plusieurs formes et cela concerne surtout Lemoigne.

Avec celui-ci, on est, en effet, plus proche de Descartes bien que la critique qu'il fait de celui-ci soit plus explicite et plus claire.

D'abord, observons que les idées d'élémentarité et de réduction existent bien dans *La théorie du système général* (signifiants et signifiés) : on parle à la page 102 de réseaux formés de processeurs élémentaires.

Plus loin, il est question de « collection de processeurs élémentaires » ; plus loin encore, on traite de trois types de processeurs élémentaires. A la page 220, l'idée de réduction apparait.

Il y a plus : l'analyse en tant que décomposition se trouve dans l'ouvrage de Lemoigne : donnons quelques exemples :

A la page 69, l'auteur révèle l'existence de systèmes et de sous-systèmes.

A la page 128, l'auteur parle de « dissection » et distingue, à ce propos, des niveaux différents.

A la page 189 et parlant de l'organisation (si importante pour les systémistes et dans toutes les sciences cognitives), on dit qu'il ya là plusieurs souches : l'organisé, l'organisant et le mémorisant.

Pour clore, signalons une phrase de l'auteur, qui est très significative : « *Une fois la théorie formulée, il fallait convenir que nous disposons d'une hypothèse modélisatrice étonnement générale et simple*. »[14] Il y a là l'aveu clair, même si c'est inavoué, du lien cartésien entre la généralité et la simplicité.

Il va sans dire qu'il s'agit là du modèle de système général dont on a dit qu'il unit tous les systèmes particuliers.

Mais René Thom, refusant la logique formelle et par conséquent l'analyse (il est, d'ailleurs, conséquent avec lui-même), n'est pas, en fait, épargné. Premièrement, il est entré dans l'interdit à cause des limites de la science topologique, chez lui et à son époque, il était obligé, donc, de se situer au niveau de l'élémentarité cartésienne, de ne traiter que les sept genres de catastrophes élémentaires .

D'autre part, si on revient à son approche linguistique qu'il a tant vénérée, et malgré l'opinion générale qu'il y a suivi le globalisme, on s'aperçoit qu'il s'arrête à la phrase

14 Cf la théorie du système général, page 220.

élémentaire ou atomique, comme les logiciens qu'il critique, par ailleurs. Mais, peut être, qu'en son temps, c'était la seule solution possible.

*

<u>Le dilemme en question est discutable</u>

Notre montée aux origines nous a montré que :

La systémique plus influente parce que très populaire et l'approche mathématique de Thom que nous avons citée, essentiellement, pour montrer combien la mentalité de l'époque était non analytique, bénéficient toutes les deux de l'esprit mathématique qu'ils partagent différemment ; par conséquent, on peut dire qu'on est, dans les deux cas, d'un point de vue cartésien, sur le plan des traces de la méthode et donc sur celles de l'analyse qui en est le cœur.

La réduction avec son sens précis des *Régulæ,* se rencontre, aisément, dans les deux types de modélisation. On peut même dire qu'elle en est le fond et l'expression (implicite).

Mais, en fait, on retrouve là les deux caractéristiques fondamentales de toute modélisation (mathématique, physique etc.…) ; en effet, dans toute manière de modéliser, l'esprit mathématique est, nécessairement, présent. C'est ce que nous avons essayé de montrer dans un travail antérieur[15] ; en plus, tout modélisme est une réduction à l'unité et une généralisation.

Par conséquent, le dilemme actuel entre modélisation et analyse cartésienne reste discutable.

Ce qu'il faudrait dire, au contraire, est que modéliser c'est *être* cartésien (ce qui n'a rien à voir avec un quelconque réductionnisme).

*

*   *

15 Notre étude, in « Plastir » n°43.