



Abdelkader Bachta

Université de Tunis

La théorie du modèle chez Tarski entre la sémantique et la syntaxe

La théorie du modèle chez Tarski est, évidemment, une théorie sémantique, mais l'auteur la relie explicitement à la question de conséquence logique, ce qui veut dire que ses attaches avec la syntaxe sont également certaines⁽¹⁾.

Justement la tradition antérieure, en logique mathématique, comprend deux directions distinctes, mais communicantes : un mouvement essentiellement syntaxique où la notion sémantique de vérité est, la plupart du temps, implicite. Nous voulons parler ici de la chaîne faite de Boole, Hilbert et Gödel. L'autre est caractérisé par des recherches sémantiques fondamentales qui n'excluent pas du tout l'intérêt pour la syntaxe que les auteurs de ce groupe ont même perfectionnée. Nous faisons allusion, là, à Frege, Moore, Russell et le Wittgenstein du *Tractatus*. Il est à noter que ces penseurs ont eu, consciemment ou inconsciemment, des positions ontologiques précises ; il est, d'ailleurs, très difficile de séparer la science sémantique de l'ontologie(2).

Pour comprendre la signification profonde de la théorie qui nous occupe, il est donc tout à fait opportun de déterminer l'apport sémantique et syntaxique à sa constitution. Toutefois, il convient, d'abord, de la saisir, scientifiquement et ontologiquement, dans le texte fondateur, où elle paraît se résumer, sur le plan de la science, dans une argumentation à trois moments essentiels(3).

Dans cette brève étude que nous consacrons à la compréhension de la théorie en question, nous suivrons la méthode mentionnée.

I. La théorie du modèle chez Tarski : De la science à l'ontologie

1. Le niveau scientifique : Les moments essentiels de l'argumentation

a/ Le point de départ et, pour ainsi dire, le fondement de tout le processus, c'est la dualité langage-objet/métalangage. Considérons les deux propositions suivantes, par exemple. 1) « La lune est faite de fromage vert » et 2) « “La lune est faite de fromage vert” est vrai » ; la première relève du langage-objet, l'auteur la considère comme le nom de la seconde et sa suppositio-materialis ; celle-ci appartient au métalangage. Ainsi donc le prédicat vrai appartient au métalangage, ce qui signifie que lorsque je dis, dans le métalangage, qu'un énoncé quelconque est vrai, je m'intéresse à son nom et pas à son contenu (qui est mentionné grâce au nom). Pour constituer le nom d'une phrase Tarski utilise, normalement, des guillemets.

b/ Vient, ensuite, le second moment que nous appellerions volontiers « la séquence syntaxique ». Pour s'approcher davantage de l'idée de vérité, notre penseur se voit obligé de se donner un critère d'adéquation et définit le prédicat « vrai » d'une manière récursive pour donner à son propos la généralité exigée. À ce niveau, il évoque le point de vue d'Aristote (le vrai est ce qui correspond à la réalité) mais le dépasse en retenant le critérium suivant : X est vrai si et seulement si p. Cela veut dire, si on reprend l'exemple déjà donné : « La lune est faite de fromage vert » est vrai si et seulement si la lune est faite de fromage vert.

P. Jacob dit, pertinemment, à ce sujet : « Tarski a prouvé ainsi que tout locuteur qui comprend la phrase « La lune est faite de fromage vert » comprend du même coup l'assertion métalinguistique « La phrase “La lune est faite de fromage vert” est vraie ». Ce commentateur français serait d'accord avec Quine qu'il s'agirait, sur ce plan, d'une simple "montée sémantique"(4).

C/ On arrive, enfin, au trio sémantique fait des concepts de satisfaction, désignation et modèle.

La première idée représente une réduction de celle de vérité (on n'est donc pas entièrement au niveau du concept de vérité, mais on n'en est pas loin). On dirait, par exemple, que Jacques et Pierre satisfont à la relation X est le frère de Y. De même il est possible de penser, sous cet éclairage, que l'ensemble des nombres 2,3 et 5 satisfait à l'équation $x+y=z$.

À partir de ce concept primitif, Tarski met en place celui de modèle : soit une classe ordinaire de propositions L, remplaçons les constantes extralinguistiques qui y sont contenues par des variables ; dans ce cas précis, on obtient une classe L'. Il y a lieu, alors, de poser comme le dit, justement, Pierre Jacob que « Toute classe quelconque d'objets qui satisfait à toutes les fonctions propositionnelles de L' est un modèle de la classe L »(5).

D'autre part, on ne peut pas faire le tour de la théorie tarskienne sans évoquer la notion de désignation. Nous faisons allusion à cette relation primitive reliant les prédicats d'un langage à leurs objets respectifs. Par exemple : le mot de « molécules » représente les molécules. Le signe d' « électrons » désigne des électrons. Ce complément d'information va être très important sur le plan ontologique.

2. L'ontologie de la théorie du modèle : de l'idéalité désignante au platonisme

a/ On peut penser, d'abord, comme l'ont fait plusieurs auteurs(6), que la théorie du modèle chez Tarski, telle qu'elle a été circonscrite, rapidement, nous plonge dans un monde mathématique, idéal où le possible est la finalité ultime. Cette caractéristique certaine de la théorie en question lui vient de son fondement métalinguistique qui éloigne de ce qui est actuel, de l'existence pour nous ouvrir sur l'extralinguistique et le suprasensible.

Cependant cette dernière se trouve réduite, limitée à cause de l'idée de désignation sur laquelle l'auteur insiste dans son texte. En fait, l'idéalité qui nous occupe n'est pas absolue (Pour anticiper, Tarski n'est ni Moore, ni Frege qui abandonnent complètement le monde réel). Il s'agit, chez lui, d'un idéalisme ouvert, d'une idéalité désignante du réel.

Faut-il alors accepter le point de vue de Popper disant que Tarski a « réhabilité la théorie de la vérité correspondance, vérité absolue ou objective ; ce qui montre que nous sommes libres d'utiliser l'idée intuitive de vérité correspondance avec les faits » (7) ? Nous ne le pensons pas, car La théorie tarskienne ne permet pas de couvrir le réel, mais simplement de s'y ouvrir grâce à une liste de signes qui en indiquent les éléments primitifs. C'est pour cette raison, d'ailleurs, qu'un empiriste réaliste, comme Harry-Field ou Putnam, trouve que l'idée de Tarski est insuffisante pour son propos (7bis). Du reste Tarski lui-même déclare explicitement : « ... Il me semble qu'il serait difficile d'accorder ce point de vue (il s'agit du sien) avec les postulats de l'unité de la science et du physicalisme (puisque les concepts sémantiques ne seraient ni des concepts logiques, ni des concepts physiques) » (8). L'auteur, faisant allusion ici aux deux piliers de l'empirisme logique, ne serait pas d'accord avec Popper qui aurait trop exagéré l'importance de la désignation tarskienne.

Quine, par contre, l'aurait entièrement omise. En 1953, dans son texte, *From a logical Point of view*, il paraît s'arrêter à l'idée d'idéalité en déclarant, par exemple, que la méthode tarskienne confère à « vrai dans L » un grand degré d'intelligibilité, sans plus(9).

En définitive, la théorie de Tarski est essentiellement mathématique, mais elle est ouverte « primitivement », pour ainsi parler, au réel sans pouvoir le contourner et le comprendre.

b/ D'un autre côté, cette idéalité mathématique ne nous paraît pas être sans rapport avec « le platonisme » ou « l'atomisme platonicien ». Ce concept est une réduction anglo-saxonne de l'œuvre platonicienne qui ne la couvre, malheureusement, pas entièrement(10). Le projet principal du platonisme serait d'assurer l'objectivité et l'exactitude des propositions logiques et mathématiques. Pour y arriver, il se fonde sur des éléments linguistiques atomiques, idéaux, contrairement au conventionnalisme ou au holisme ; il se tient à l'écart du bon sens et du langage naturel et révoque toute genèse empirique des idées et des concepts (11). Or cette définition, sommairement rappelée, s'applique tout à fait à Tarski. En fait, ce mathématicien part toujours d'atomes du langage : dans ses textes, on ne le voit jamais traiter le discours en tant que tel ou des phrases fort complexes.

D'autre part, son propos porte uniquement sur les langages formalisés. Davidson, au départ tarskien, cherchera à transcrire les résultats de son maître dans les langues naturelles (12). Enfin, nos analyses ont montré que la procédure de cet illustre auteur, les concepts qui s'y rattachent n'ont rien d'empirique, que la désignation est un complément (conçu probablement pour satisfaire, partiellement, les empiristes logiques de l'époque) ne permet pas de contredire la situation générale.

L'apport de la sémantique antérieure à la théorie que nous venons d'esquisser, scientifiquement et ontologiquement, va se situer aux niveaux suivants : 1) Le point de départ (ou le fondement) 2) Le modèle et 3) Le platonisme.

II. L'apport sémantique : Le fondement, le modèle et le platonisme

1 - Il est certain que Tarski a trouvé la distinction entre le langage et le métalangage dans la sémantique antérieure. A ce niveau, il faut d'abord penser à Russell qui l'a faite dans sa préface au *Tractatus* de Wittgenstein et dans sa théorie des types (13). Mais elle n'est pas étrangère à des auteurs comme Frege, Moore et même Wittgenstein. Le premier fait bien la différence, dans son écrit *Sens et dénotation* (1892), entre le sens d'une proposition et sa référence. Sous sa plume, ces deux éléments paraissent correspondre respectivement à ce qui est strictement linguistique et ce qui est capable de nous élever à l'extralinguistique (14). Pour le second, ni la proposition, ni le concept ne sont des êtres linguistiques, ils transcendent la sphère du langage pour nous transporter dans un monde suprasensible, faits de concepts (15). Ce qui signifierait que la distinction qui nous intéresse est en filigrane chez lui et qu'elle est devenue claire chez Russell et Frege qui a subi son influence. Le troisième, enfin, grand critique du logicisme qui réunissait Moore, Russell et Frege a créé une différenciation nette entre ce qui se dit et ce qui ne se dit pas, entre ce qui s'exprime par le langage (et la logique) et l'indicible, l'ineffable. On n'est pas vraiment loin de la distinction entre le langage et le métalangage (16).

2 - Quant à la signification intrinsèque et spécifique du modèle tarskien, il est évident qu'elle est neuve dans la tradition sémantique, mais des logiciens comme Frege, Moore et Russell (de 1903-1905) ont créé un univers d'idées préparant sa dimension idéale. C'est ainsi que bien distincts, concepts et objets se rencontrent chez Frege, en tant qu'entités non empiriques, c'est-à-dire de simples représentations : le nombre, par exemple, quelle que soit sa position dans la phrase, n'est qu'une idée n'ayant aucun rapport avec l'expérience, contrairement à ce que croit J. S. Mill. Cette tendance idéalisante de notre auteur est, pensons-nous, renchérie par la priorité du sens sur la référence : pour déterminer celle-ci, il faut d'abord saisir celui-là. Cette prééminence implique celle du monde idéal, celui des significations pures (17).

Le concept chez Moore fait parvenir au même résultat. Ce n'est pas mental ou un état d'esprit ; il n'est pas issu de l'expérience (Moore rejoint ainsi Frege contre Mill), c'est une idée qui désigne autre chose qu'elle (des objets). Finalement, ce penseur efface, grâce au concept, toute différence entre les idées et les existences. On se souvient toujours de sa célèbre déclaration : « Il semble donc nécessaire de considérer que le monde est composé de concepts » (18).

Russell part en 1903 – 1905, justement, de la notion moorienne de concept. Abstraction faite des différences entre nos deux penseurs, signalons que l'auteur de *The Principles of Mathematics*, remplace le mot de concept par celui de terme qui veut dire, en somme, l'être (The being en Anglais) individuel. À ce stade de la pensée de Russell, l'être équivaut à tout ce qui possède une signification, à tout ce qui peut être mentionné par le langage. « Un homme, un moment, une classe, une relation, une chimère » ont de l'être, ce sont des termes. Plus tard, en 1905 ; dans *On Denoting*, cet écrivain nuancera ce point de vue en ôtant l'être aux chimères, (comme les licornes, les centaures et les cercles carrés), mais on est maintenu dans un climat d'idéalité sûre (19).

Malgré son opposition avouée à ce courant, Wittgenstein ne s'en éloigne pas au niveau où nous sommes. À ce propos, il faut évoquer le concept de « forme picturale » qui permet, pour notre auteur, de décrire et de se représenter simplement l'image du réel et non la réalité elle-même. La fonction sémantique du langage s'arrête là et l'on retourne, par un autre détour, à l'idéalisme rencontré chez Frege, Moore et Russell (1903 – 1905) (20).

Néanmoins, quelle serait la place de la « désignation » tarskienne dans cet héritage sémantique ? Il est inutile de chercher du côté de Frege et de Moore qui ont fini comme ils ont commencé : des idéalistes purs. Wittgenstein non plus ne peut pas nous satisfaire, car il exigerait une correspondance étroite entre l'idée et la réalité. Qu'en est-il de Russell dont la pensée a évolué ? Dans les *Principia*, (avec Alfred Whitehead en 1910) et avant qu'il n'aille plus loin dans son réalisme, il est question de « symboles incomplets » dont la théorie peut être considérée comme un écart par rapport à Frege et Moore. Michel Seymour, qui a bien commenté ce passage, s'arrête à l'idée d'une relation d'isomorphie

structurale avec les faits qui « suppose en définitive l'existence d'énoncés qui représentent des faits atomiques et qui sont eux-mêmes atomiques ». Il en conclut, très justement, que Russell n'a quitté ni l'atomisme sémantique, ni l'idéalité, qui sont en étroit rapport (21) dans la tradition déjà évoquée (et nous y reviendrons). Dans ce cas, Tarski, qui aurait opté pour l'atomisme, dont le concept de désignation ne l'aurait pas repoussé de l'idéalisme, serait largement influencé par l'isomorphie structurale des *Principia*. Mais les autres influences déjà indiquées sont à retenir aussi.

3 - Entre ces philosophes du langage, il y a certainement des différences : Par exemple Frege et Russell ne sont pas d'accord sur l'idée de référence, le concept, chez Moore, ne coïncide pas entièrement avec l'être russellien (1903-1905) etc.(22), il n'en reste pas moins qu'ils appartiennent tous, ontologiquement, au platonisme.

Cependant les anglo-saxons, Russell et Moore, le sont consciemment et explicitement ; ce sont eux qui nous paraissent avoir créé cette terminologie dont le contenu conceptuel est issu d'une opposition forte contre deux traditions métaphysiques qui sont le monadisme de Leibniz, par exemple, et le monisme, que représente, notamment, le néo-hégélianisme (leur lutte contre le néo-hégélianisme est plus claire, plus accentuée). De toute façon, l'ontologie révoquée (et essentiellement le néo-hégélianisme) implique des conséquences qu'ils n'acceptent pas franchement : alors que les néo-hégéliens interdisent l'analyse et établissent l'irrévocabilité de la forme classique des propositions en sujet et prédicat au nom de l'unité du tout, Moore et Russell s'y opposent en suivant le chemin de l'analyse qui les mène tout droit à l'idéalité atomique et en pensant que ladite forme des propositions n'est pas universelle (23).

Les germaniques, c'est-à-dire Frege qui reste muet sur les fondements de sa science et le Wittgenstein du *Tractatus* dont le désaccord avec les logicistes est bien connu, les rejoignent sur le plan de ce qu'on a appelé, « le platonisme ». Dans la pratique, ils sont tous partis d'éléments de base sémantiques atomiques : aucun d'eux n'a opté pour le discours dans son ensemble et n'a été tenté par le holisme. Les quatre penseurs ont mis en cause, à des degrés différents, la validité du langage naturel. Ils s'accordent, sans exception, sur la genèse non empirique des éléments du langage formalisé : on se rappelle bien le refus de Moore, Russell et Frege des thèses avancées par J. S. Mill. Tout compte fait, par conséquent, Tarski semble avoir hérité le platonisme de ces prédécesseurs, vraisemblablement, à son insu, car les textes ne paraissent pas montrer qu'il en a une conscience claire. En tout cas, l'idéalité, l'unissant à ces philosophes du langage, l'a déjà préparé à appartenir au platonisme.

Avec la sémantique, on a donc pu parcourir à peu près tout le périmètre de la théorie tarskienne du modèle. Que reste-t-il alors à la syntaxe représentée par le processus allant de Boole à Gödel en passant par Hilbert ? L'analyse réfléchie de cette histoire montre que l'acquisition essentielle, sous cet angle, est la conscience des limites de cette méthode.

III. L'apport syntaxique : Boole, Hilbert, Gödel et la reconnaissance des limites de la méthode axiomatique

- 1- Tout a commencé avec le mathématicien Boole, qui, voulant dépasser Aristote, a symbolisé le discours logique. Il a, d'ailleurs, ainsi doté les mathématiques d'une fonction nouvelle qui consiste à s'occuper des relations entre les objets au lieu de ne s'intéresser qu'au nombre et à la mesure. De cette manière, le formalisme moderne est né. On peut désormais calculer les éléments du discours et parler de sa cohérence et de sa consistance rigoureuses. Il y a lieu, cependant, de remarquer que cet auteur n'a pas, entièrement, outrepassé la doctrine aristotélicienne puisqu'il n'examine que des classes d'objets. La postérité se chargera d'étendre la théorie aux propositions : Frege, Russell, Moore etc. (24)
- 2- Or, le programme ambitieux de Hilbert s'inscrit dans cette perspective booléenne où l'accord entre les éléments d'un système symbolisé peut être dégagé aisément. C'est pourquoi, lors du grand colloque de Paris en 1900, il avait manifesté sa certitude qu'à propos de n'importe quel problème mathématique, on peut toujours montrer, un jour ou l'autre, soit qu'il est vrai, soit qu'il est faux, car il était sûr qu'on peut l'inscrire dans un système cohérent d'une façon absolue. Il a mis sa conviction de la consistance totale de tout système mathématique ou logique en application en prouvant que lorsqu'on associe tous les axiomes et tous les théorèmes de la géométrie euclidienne à un axiome et à un théorème de l'arithmétique, les deux membres de la relation sont aussi consistants l'un que l'autre. En somme, le résultat final est de dire qu'à partir d'axiomes précis, on peut démontrer tous les énoncés sans exception d'une théorie (24). On est très proche du théorème de complétude que contient la thèse de doctorat de Gödel (1929) (25).
- 3- Ce théorème montre, en effet, que toute formule du calcul des prédicats admet, nécessairement, une preuve formelle, ce qui ressort, clairement, de la théorie hilbertienne. Nos deux logiciens ne sont pas, en fait, entièrement d'accord. Hintikka distingue, non sans raison, entre la complétude descriptive et la complétude déductive. La première, à laquelle appartiendraient Hilbert et Euclide, sélectionne le modèle correspondant à la théorie en question. Quant à la seconde, où l'auteur inscrit Gödel, elle porte fondamentalement sur la possibilité de dériver des théorèmes d'axiomes dans la théorie (26).

D'aucuns rattachent l'idée de modèle à celle de complétude chez Gödel en traduisant d'une façon post-tarskienne celle-ci, on peut lire par exemple, que le

théorème de complétude signifie : « Une théorie T a un modèle si et seulement si Faux n'est pas une conséquence de T ».

Dans le même ordre d'idées, on a pu dire que l'apparition des géométries non euclidiennes avait été accompagnée du concept de modèle.

« D'abord purement déductives, ces géométries ont peu à peu été acceptées à partir du moment où l'on a pu en donner des modèles ». On pense alors à l'exemple de Poincaré qui donne un modèle du plan hyperbolique à partir d'un demi-plan du plan complexe, à Gauss et Cauchy qui envisagent un modèle géométrique des nombres complexes (27).

Mais telle n'est pas l'orientation tarskienne. Le point de départ véritable de l'auteur c'est le théorème d'incomplétude que Gödel a découvert une année après et que Tarski lui-même a commenté, d'ailleurs, à sa façon (28). Cette grande nouveauté, en logique mathématique, a fait couler beaucoup d'encre. On a soutenu que les espoirs formalistes de Hilbert sont mis en échec définitivement, que Gödel, contrairement à ses prédécesseurs, traite d'énoncés indécidables.

Jacques Bouveresse a eu, là-dessus, un point de vue raisonnable. Il nous dit : « Le lecteur de ses deux premiers mémoires dans lesquels il démontre respectivement la complétude sémantique du calcul des prédicats du premier ordre et l'incomplétude syntaxique de l'arithmétique formelle, peut se rendre compte au premier coup d'œil qu'il utilise dans le premier la notion de validité d'une formule logique et dans le deuxième celle de vérité arithmétique » (29). Il n'y aurait, donc, chez Gödel, aucun changement d'attitude, aucune contradiction, puisqu'il s'agirait de deux plans différents.

Mais pour trancher, rien ne vaut le retour à l'œuvre. A ce niveau, le meilleur texte est la lettre que Gödel avait écrite à Léon *Rappaport* le 02 août 1962 : c'est la grande maturité de notre logicien qui pouvait voir très clairement ses travaux. En parlant des théorèmes d'incomplétude, il déclare : « Mes théorèmes montrent uniquement que la mécanisation des mathématiques, autrement dit, l'élimination de l'esprit et des entités abstraites, est impossible, si l'on veut avoir des fondements et un système satisfaisant pour les mathématiques ». Il souligne, par la suite, que l'indécidabilité des questions mathématiques, l'impossibilité des démonstrations de consistances convaincantes (qui signifient au fond la même chose) sont étrangères à sa pensée. En somme, pour lui, les formalismes classiques à la Hilbert utilisant seulement « des concepts faisant références à des combinaisons finies de symboles » au lieu d'avoir à faire à « une totalité infinie quelconque de combinaisons » sont voués à l'échec (30). En définitive, ce que demande Gödel au formalisme mathématique (et pas seulement arithmétique), c'est une ascension au métalangage. C'est ce que Tarski a très bien compris et nous revenons au point de départ de son argumentation.

4. On peut donc dire que le tort du formalisme hilbertien, tant suivi en logique mathématique, que la complétude de Gödel a redéfini d'une certaine manière, est d'être aveugle, de ne pas pouvoir s'illuminer par les lumières éclairantes du métalangage, du possible. L'apport essentiel de la syntaxe au problème de Tarski est la constatation de ces limites, de cet échec lorsqu'il s'agit d'atteindre la vérité mathématique. La théorie tarskienne du modèle va être l'issue de cette impasse ; c'est une solution au problème syntaxique de conséquence logique.

Conclusion : La théorie du modèle chez Tarski et le nouveau sémantique

a- La théorie tarskienne du modèle est, en somme, une pièce platonicienne idéale, essentiellement, mathématique, qui n'est pas fermée au réel primitif. L'apport de la tradition sémantique précédente y est fort grand ; la syntaxe en a eu besoin pour surmonter les difficultés où elle se trouvait.

b- Tarski aura ainsi donné lieu à un renouveau de la science sémantique où celle-ci sera indépendante et prendra le dessus sur la syntaxe ; il aura, notamment, affranchi les positivistes logiques des doutes à l'égard des notions comme celles de sens, de signification, de référence, qui leur venaient du souci permanent de vérifiabilité. De toute façon, après la théorie du modèle dont nous parlons, les travaux sémantiques abondent et touchent Carnap, Quine et les autres (31).

Notes

- 1- Cette théorie est née dans un texte de 1936 intitulé (traduction) *Le concept de vérité dans les langages formalisés* (in Tarski, A 1972, vol. 1). Cette étude est reprise d'une façon remaniée en 1944 dans un travail portant le titre *de La conception sémantique de la vérité* (traduction sous la direction de Granger, 1974). En ce qui concerne l'aspect syntaxique, la même année 1936, l'auteur a produit un article, *Le concept de conséquence logique*, (in Tarski A 1972, Volume 2). Il est à signaler que Pierre Jacob a bien résumé cette théorie cf. *L'empirisme logique*, Ed Minuit, 1980-p 114... 117.
- 2- La relation entre ontologie et sémantique a été étudiée, par exemple, par Frédéric Nef, *Sémiotique*, n°2, Avril 1992.
- 3- En effet, Tarski entend traiter une science : la même année (1936) il écrit bien *La construction d'une sémantique scientifique*, in Tarski, A, 1972, vol 2.
- 4- Ibid, 1980, p. 115.

- 5- Ibid, page 116.
- 6- Cf., par exemple, *Théories des modèles*, in *Wapedia*. Quine rejoindra ce point de vue, d'une certaine manière.
- 7- Texte cité par P. Jacob, *ibid*, p. 260.
- 7bis- Cf., Harry Field, *Tarski's theory of truth in journal of philosophy* 69.
- 8- *Ibid* ; cité aussi par Jacob, p. 116.
- 9-Ed, 1953 Harvard University Press.
- 10- En effet, cette définition omet plusieurs aspects importants du platonisme orthodoxe comme la volonté de Platon de partir du sensible, le rapport des mathématiques avec Dieu, les mathématiques humaines et les mathématiques divines, etc. Cf., notre étude intitulé, *Les mathématiques chez Platon et Kant (Revue Tunisienne des Etudes philosophique n=° 43/44)*, Cf., aussi J. P. Cléro, *Les raisons de la fiction* (A. Colin 2004), première partie, ch2.
- 11- Pour ce qui est de la définition du platonisme anglo-saxon, Cf., par exemple, 1/ Peter Hilton, *Origins of analytical philosophy*, non publié. 2/ Michel Seymour, *La philosophie de la logique* (à paraître dans *Précis de philosophie analytique*, Seuil, direction de Pascal Engel).
- 12- Cf., Paul Gochet, *La sémantique récursive de Davidson et de Montague*, (in *Penser les mathématiques*,seuil 1982 p. 73/87).
- 13- Cf., *Tractatus* (Traduction) 1963, Londres.
- 14- Frege, *Sens et dénotation*, in *Ecrits logiques et philosophiques*, trad Imbert, 1971, Seuil.
- 15- Moore, *The Nature of Judgment*, 1899, *Mind*, 8, 176-93.
- 16- *Tractatus* (*Ibid*).
- 17- Cf., les analyses fort pertinentes de P. Jacob (*ibid*), p. 43/60.
- 18- *Ibid*, notamment la page 182.
- 19- La première position se trouve dans *The Principles of Mathematics*, Cambridge, 1903. La nuance existe dans *On denoting* 1905, *Mind*, 14, 479-93.
- 20- *Ibid*.
- 21- Cf., *Principia mathematica* (avec Whitehead) Cambridge University Press, 1910-1913. Cf. aussi l'article de M. Seymour cité.
- 22- Cf., les belles analyses de P. Jacob, *ibid*, chapitre1.
- 23- Cf., P. Jacob *ibid*, et l'article de Michel Seymour.
- 24- S'agissant de Bool, Cf.
 - 1/ *The Mathematical Analysis of Logic*, édition d'oxford, 1950.
 - 2/ *An Investigation of the Laws of Thought...* La même édition.
 - 3/ E. Coumet, *Logique, mathématiques et langage dans l'œuvre de G. Boole*, in *mathématique et sciences humaines*, tome 15, 1966.
- 25- Pour Hilbert, Cf., par exemple, Jean Dieudonné *David Hilbert* (1862-1943), in, *Les grands courants de la pensée mathématique*, Blanchard 1962 (Direction de F. Le Lionnais).
- 26- Cité dans le cours de Jacques Bouveresse au Collège de France, *Philosophie du langage et de la connaissance*, [www. Collège de France.fr](http://www.Collège.de.France.fr).

27- Cf., Wapedia-wiki : *Théorie des modèles* (1/2).

28- Cf., le premier article de Tarski, traduit en 1936, Cf. aussi un article, in Wikipédia, intitulé. *Le théorème de Tarski*.

29- Ibid.

30- Cité dans le cours de Bouveresse, *ibid*.

31- Cf., par exemple : a/ Carnap : *Introduction to Semantics*, 1942 Cambridge, Mass, Harvard University Press; également *Empirisme Semantics, and Ontology- Revue internationale de philosophie*, 4, 20-40.

b/ Quine : *From a logical Point of View*, 1953 Cambridge, Mass, Harvard University Press.